

Rallye mathématique du Centre

Épreuve officielle - 2°

Mardi 9 mars 2010

Formule « Groupes » Exercices 0, 5, 6, 7 et 8

Formule « Classes » Exercices 0 à 8

Il est rappelé que toute réponse devra être accompagnée d'une justification.
Les solutions partielles seront examinées.

Exercice n°0

Questionnaire culturel

12 points

Compléter les deux pages de la feuille annexe. Elle doit être rendue avec les feuilles réponses.

Exercice n°1

Ça ne tourne pas rond !

5 points

Par rapport à la case grisée 1 :

- le nombre 10 est 1 case à droite et 2 cases en haut ;
- le nombre 16 est 2 cases à gauche et 1 case en bas.

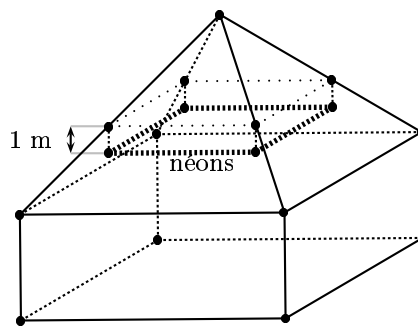
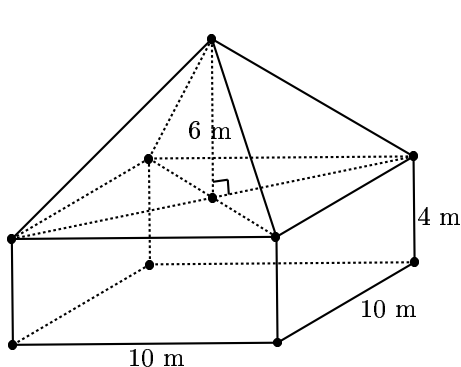
En poursuivant l'enroulement, préciser la position du nombre 2010 par rapport à la case grisée 1 .

13 ←	12 ←	11 ←	10 ←	↑
↓			↑	↑
14	3 ←	2	9	
↓	↓	↑	↑	↑
15	4	1	8	
↓	↓		↑	↑
16	5 →	6 →	7	
↓				↑
17 →	18 →	19 →		

Exercice n°2

« Et la lumière fut »

8 points

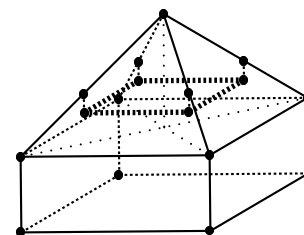


Un bâtiment est formé :

- d'un pavé droit à base carrée de côté 10 m et de hauteur 4 m ;
- d'une pyramide régulière à base carrée de côté 10 m et de hauteur 6 m qui forme le toit.

On veut accrocher un système d'éclairage dans cette salle. Ce système est composé de néons qui forment un carré horizontal de 7 m de côté.

Chaque sommet du carré formé par les néons est relié à une arête de la pyramide grâce à un filin vertical de 1 m de longueur.

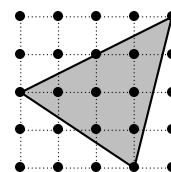
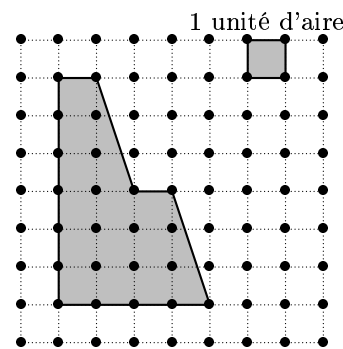


1. A quelle distance du sommet de la pyramide les quatre filins sont-ils fixés ?
2. A quelle hauteur du sol se trouvent les néons ?

Exercice n°3**Pick, l'as des carreaux****12 points**

On considère un quadrillage formé de carrés de côté une unité de longueur.

- (a) Déterminer l'aire exacte de l'hexagone ci-contre, exprimée en unités d'aire.
 - Georg explique qu'il a calculé l'aire de ce polygone d'une autre façon :
« J'ai compté le nombre b de points du quadrillage situés sur le bord du polygone, puis le nombre i de points du quadrillage situés à l'intérieur du polygone.
L'aire est égale à $\mathcal{A} = i + \frac{b}{2} - 1.$ »
Vérifier que la méthode de Georg donne le bon résultat.
- Alexander dit : « La formule de Georg est encore vraie pour le triangle ci-contre. »
Qu'en pensez-vous ?

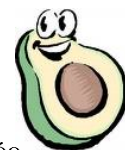


Le mathématicien autrichien Georg Alexander PICK a montré en 1899 que la formule était valable pour tous les polygones dont les sommets sont des points du quadrillage.

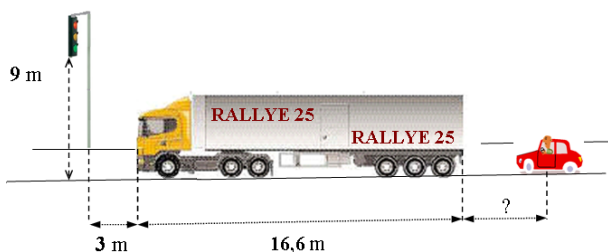
- Sur un quadrillage formé de carrés de côté une unité de longueur, construire un triangle qui satisfait les trois conditions :
 - ses sommets sont des points du quadrillage ;
 - son aire est 7 unités d'aire ;
 - il y a exactement quatre points du quadrillage sur son bord.
- Construire un octogone dont les sommets sont des points du quadrillage et qui a pour aire 10 unités d'aire.
- Construire un décagone dont les sommets sont des points du quadrillage et dont l'aire est la plus petite possible.

Ohobmsmo x°4**Kfymkd****5 zysxdc**

Fyec ckfoj mobdksxowoxd aeo vo bkvvio wkdrówkdsaeo ne Moxdbo pôdo coc fsxqd-msxa kxc moddo kxxóo. Ox aeovvo kxxóo k oe vsoe vk zbowsóbo ozboefo yppmsovvo no mo zbocdsqsoeh myxmyebc ?

**Exercice n°5****N'en jetons plus ...****5 points**

- Khadija lance un jeton qui a la forme d'un disque sur un quadrillage formé de carrés de 4 cm de côté. Elle gagne si le jeton recouvre au moins l'un des noeuds du quadrillage. Elle a l'intuition que si le jeton a un rayon suffisamment grand, elle gagnera à tous les coups. Quel est le rayon minimal qui permet de gagner systématiquement ?
- Zora joue avec un jeton de rayon 4 cm.
 - Combien de noeuds du quadrillage un tel jeton peut-il recouvrir ? Illustrer les différents cas possibles.
 - Elle lance le jeton au hasard. A-t-elle plus de chance de recouvrir zéro, un, deux, trois ou quatre noeuds du quadrillage ?

Exercice n°6**Verra verra pas****5 points**

Un camion semi-remorque mesure 16,6 m de long. Sa hauteur totale au-dessus de la chaussée est de 4 m. Il est arrêté à 3 m des feux tricolores qui sont situés à 9 m au-dessus de la chaussée.

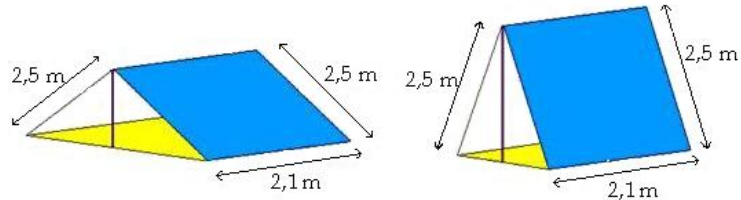
A quelle distance de l'arrière du camion doit se trouver le conducteur de la voiture pour que celui-ci, assis derrière son volant, puisse voir la totalité du feu ?

Les yeux du conducteur sont situés à 1,20 m au-dessus de la chaussée.

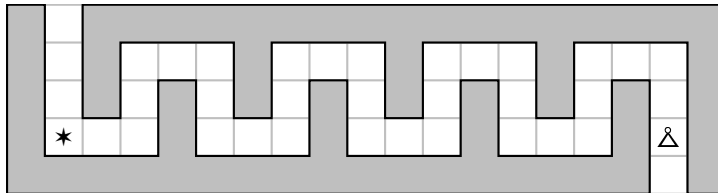
Exercice n°7**Bien tenté****5 points**

Victor dispose d'une toile rectangulaire de dimensions 2,10 m × 5 m. Il veut monter une tente à deux pans pour ses enfants (la tente est assimilée à un prisme droit).

1. Il met deux piquets de hauteur 1 mètre. Quel est le volume de la tente ?
2. Sa fille lui signifie que s'il met deux piquets de hauteur 2 m, le volume de la tente est plus grand. A-t-elle raison ?
3. Quelle hauteur de piquets doit-il choisir pour que le volume contenu dans la tente soit maximal ?

**Exercice n°8****Nono le petit robot****5 points**

1. Parmi les deux programmes proposés, lequel permettra à Nono le petit robot (Δ) de rejoindre l'étoile (\star) ?

**Programme n°1**

Données: $k = 1$
Répéter 16 fois
 | **si** $k = 1$ **alors**
 | | Avancer de 2 cases ;
 | | Pivoter de 90 degrés vers la gauche ;
 | | Attribuer à k la valeur 0 ;
 | **sinon**
 | | Avancer de 2 cases ;
 | | Pivoter de 90 degrés vers la droite ;
 | | Attribuer à k la valeur 1 ;
 | **fin**
fin de répéter

Programme n°2

Données: $k = 1$
Répéter 8 fois
 | **si** $k = 1$ **alors**
 | | **Répéter 2 fois**
 | | | Avancer de 2 cases ;
 | | | Pivoter de 90 degrés vers la gauche ;
 | | **fin de répéter**
 | | Attribuer à k la valeur 0 ;
 | **sinon**
 | | **Répéter 2 fois**
 | | | Avancer de 2 cases ;
 | | | Pivoter de 90 degrés vers la droite ;
 | | **fin de répéter**
 | | Attribuer à k la valeur 1 ;
 | **fin**
fin de répéter

2. Dessiner sur la grille ci-contre le parcours de Nono le petit robot s'il suit le programme suivant, en démarant dans le sens de la flèche :

Programme n°3

Données: $k = 0$
Répéter 12 fois
 | Avancer de 1 pas ;
 | **si** k est impair **alors**
 | | Pivoter de 120 degrés vers la droite ;
 | **sinon**
 | | Pivoter de 60 degrés vers la gauche ;
 | **fin**
 | k augmente de 1
fin de répéter

Découper la grille ci-dessous et la coller sur la feuille réponse.

