Léonard de Pise dit Fibonacci

Éléments de biographie à compléter :

Léonard de Pise dit Fibonacci est un mathématicien italien, né vers 1170 à Pise et mort aux alentours de 1245.
Il a passé sa jeunesse en grande partie avec son père ________________, en Afrique du Nord à ______________. C'est en étudiant les méthodes de calculs indo-arabes qu'il s'initia aux mathématiques.
Il voyagea beaucoup pour le compte de son père et de marchands pisans, ce qui lui donna l'occasion de rencontrer les plus grands mathématiciens de son époque.
En 1202, il publia ________________ , le *livre des calculs*, un traité sur les calculs et la comptabilité. Dans le premier chapitre est présentée la nouvelle numération indienne, numération de position, qui utilise les neuf symboles indiens (appelés actuellement ______________________), ainsi que le ____ qui indique qu'une position est « vacante » .
Ce système était bien plus puissant et rapide que la notation romaine et a permis de grandes avancées dans le domaine du calcul.
Le dernier chapitre traite aussi de la résolution de certaines équations du premier degré et du second degré, suivant les méthodes du célèbre mathématicien de Bagdad ______________, père de l'algèbre.
Vers 1220, il présente à Frédéric II, futur empereur d'Occident, son deuxième ouvrage ____________________ qui traite de géométrie et de trigonométrie. Son livre explique, complète et utilise les « __________________ » .
Léonard de Pise s'intéressa aussi beaucoup aux nombres carrés et plus particulièrement au problème des triplets pythagoriciens (trouver deux carrés dont la somme soit un carré). Ses recherches, publiées dans ________________________ vers 1225, furent en partie reprises et exploitées par Pacioli trois siècles plus tard. Dans ce livre de problèmes numériques, il propose une approximation de π plus précise que celle d'Archimède. Archimède proposait $\pi \approx \dfrac{22}{7}$, alors que Fibonacci propose $\pi \approx \dfrac{\quad}{\quad}$.

Travail mathématique :

1. La suite de Fibonacci

On ne peut pas évoquer Fibonacci sans parler de la célèbre suite de nombres qui porte son nom. C'est pour décrire la croissance d'une population de lapins que Fibonacci a introduit cette suite.

On donne ci-dessous les quatre premiers nombres d'une suite de Fibonacci.
✍ Compléter par les dix nombres qui suivent :

1	1	2	3										

Tournez la page SVP ☞

2. Problème posé par Jean de Palerme lors d'une joute mathématique en 1225 :
« Trouver un nombre carré qui, augmenté ou diminué de 5, reste toujours un nombre carré. » (Il s'agit ici de nombres rationnels).

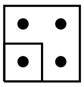
Fibonacci donna pour solution $\left(\dfrac{41}{12}\right)^2$.

✍ Montrer que la réponse donnée par Fibonacci est exacte.

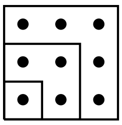
Statue de Fibonacci, à Pise

3. Triplets pythagoriciens

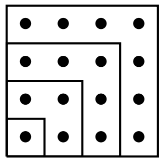
Fibonacci employait une méthode originale pour trouver des triplets pythagoriciens, c'est-à-dire trouver trois nombres entiers a, b et c tels que $a^2 + b^2 = c^2$.
Par exemple : $(5;12;13)$ est un triplet pythagoricien car $5^2 + 12^2 = 13^2$.
Il utilisait pour cela la propriété (connue bien avant lui) selon laquelle « *la somme des n premiers entiers impairs successifs est le carré de n* » .
On illustre ci-dessous la somme des premiers nombres impairs :



Somme des deux premiers
$1 + 3 = 2^2$



Somme des trois premiers
$1 + 3 + 5 = 3^2$



Somme des quatre premiers
$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$

Voici la méthode de Fibonacci appliquée à 9^2 :
$9^2 = 81$. On cherche à écrire 81 comme une somme d'entiers impairs successifs.
On remarque que $81 = 3 \times 27$. Donc $81 = 27 + 27 + 27 = 25 + 27 + 29$.
Or :

$$\begin{array}{lrl}
1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23+25+27+29 & & = 15^2 \quad \textit{Somme des 15 premiers impairs} \\
1+3+5+7+9+11+13+15+17+19+21+23 & & = 12^2 \quad \textit{Somme des 12 premiers impairs} \\
\text{donc par différence,} & 25+27+29 & = 15^2 - 12^2
\end{array}$$

On obtient ainsi que $9^2 = 15^2 - 12^2$ soit $\boxed{9^2 + 12^2 = 15^2}$.
Le triplet $(9;12;15)$ est **un triplet pythagoricien**.

✍ Utiliser cette méthode pour écrire 15^2 comme différence de deux carrés, et en déduire un nouveau triplet pythagoricien.

Cette feuille est à rendre complétée avec vos autres feuilles réponses